EJERCICIOS PROPUESTOS

1.1 Halla el valor de *x* para que las siguientes fracciones sean equivalentes.

a) $\frac{15}{3} = \frac{x}{4}$ **b)** $\frac{2}{x} = \frac{8}{20}$

a) $15 \cdot 4 = 3 \cdot x \Rightarrow x = \frac{60}{3} = 20$

b) $2 \cdot 20 = x \cdot 8 \Rightarrow x = \frac{40}{8} = 5$

1.2 Expresa estas fracciones con el mismo denominador.

a) $\frac{3}{5}, \frac{11}{15}$ **y** $\frac{13}{20}$ **b)** $\frac{7}{9}, \frac{3}{12}$ **y** $\frac{6}{18}$

a) $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 12}{5 \cdot 12} = \frac{36}{60}$ $\frac{11}{15} = \frac{11 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{44}{66}$ $\frac{13}{20} = \frac{13 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{39}{60}$

b) $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{28}{36}$ $\frac{3}{12} = \frac{3 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{9}{36}$ $\frac{6}{18} = \frac{6 \cdot 2}{18 \cdot 2} = \frac{12}{36}$

1.3 Amplifica cada una de estas fracciones: $\frac{7}{2}, \frac{9}{5}, \frac{1}{25}$ y $\frac{11}{50}$, a otra fracción equivalente que tenga por denominador una potencia de 10.

$\frac{7}{2} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{35}{10}$ $\frac{9}{5} = \frac{9 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{18}{10}$ $\frac{1}{25} = \frac{1 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{4}{100}$ $\frac{11}{50} = \frac{11 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{22}{100}$

1.4 Una clase tiene 42 alumnos. ¿Se puede afirmar que $\frac{3}{6}$ son chicos y $\frac{4}{7}$ chicas? Razona la respuesta.

$\frac{3}{6}$ de 42 es $3 \cdot \frac{42}{6} = 21$ $\frac{4}{7}$ de 42 es $4 \cdot \frac{42}{7} = 24$

No podemos hacer tal afirmación, ya que de ese modo habría $21 + 24 = 45$ alumnos y alumnas en la clase, lo cual no es cierto.

1.5 Realiza y simplifica estas operaciones.

a) $\frac{3}{4} - \frac{5}{12} + \frac{7}{8}$ **b)** $\frac{7}{3} - \frac{2}{10} + \frac{3}{5}$ **c)** $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} : \frac{2}{3}$ **d)** $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{2}$

a) $\frac{3}{4} - \frac{5}{12} + \frac{7}{8} = \frac{18}{24} - \frac{10}{24} + \frac{21}{24} = \frac{29}{24}$

c) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{6}{20} : \frac{2}{3} = \frac{6}{20} \cdot \frac{3}{2} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$

b) $\frac{7}{3} - \frac{2}{10} + \frac{3}{5} = \frac{70}{30} - \frac{6}{30} + \frac{18}{30} = \frac{82}{30} = \frac{41}{15}$

d) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{2} = \frac{10}{12} \cdot \frac{9}{2} = \frac{90}{24} = \frac{15}{4}$

1.6 Efectúa estas operaciones.

a) $1 - \frac{5}{3} + \frac{2}{7}$ **b)** $-\frac{2}{5} + \frac{4}{3} - 3$ **c)** $8 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{-3}{4}$ **d)** $\frac{3}{2} : \frac{7}{6} \cdot 9$

a) $1 - \frac{5}{3} + \frac{2}{7} = \frac{21}{21} - \frac{35}{21} + \frac{6}{21} = -\frac{8}{21}$

c) $8 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{-3}{4} = -\frac{8 \cdot 5 \cdot 3}{6 \cdot 4} = -\frac{120}{24} = -5$

b) $-\frac{2}{5} + \frac{4}{3} - 3 = -\frac{6}{15} + \frac{20}{15} - \frac{45}{15} = -\frac{31}{15}$

d) $\frac{3}{2} : \frac{7}{6} \cdot 9 = \frac{18}{14} \cdot 9 = \frac{162}{14} = \frac{81}{7}$

1.7 Calcula y simplifica el resultado.

a) $\frac{3}{2} + \frac{1}{5} : \frac{4}{15}$ **b)** $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}$

a) $\frac{3}{2} + \frac{1}{5} : \frac{4}{15} = \frac{3}{2} + \frac{15}{20} = \frac{30}{20} + \frac{15}{20} = \frac{45}{20} = \frac{9}{4}$

b) $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = -\frac{1}{3} - \frac{18}{12} = -\frac{4}{12} - \frac{18}{12} = -\frac{22}{12} = -\frac{11}{6}$

1.8 Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{2} + \frac{5}{6} \cdot \left(1 - \frac{7}{2}\right)$

b) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{6} - \frac{5}{2}\right) : 3$

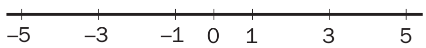
c) $3 - \frac{1}{2} \cdot 4 : \left(\frac{3}{5} - 1\right) + 1$

a) $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{2} + \frac{5}{6} \cdot \left(1 - \frac{7}{2}\right) = \frac{21}{56} + \frac{5}{6} \cdot \frac{-5}{2} = \frac{21}{56} - \frac{25}{12} = \frac{21 \cdot 3}{168} - \frac{25 \cdot 14}{168} = -\frac{287}{168}$

b) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{6} - \frac{5}{2}\right) : 3 = \frac{5}{12} \cdot \frac{-13}{6} : 3 = \frac{-65}{72} : 3 = \frac{-65}{72} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{65}{216}$

c) $3 - \frac{1}{2} \cdot 4 : \left(\frac{3}{5} - 1\right) + 1 = 3 - 2 : \frac{-2}{5} + 1 = 3 + 5 + 1 = 9$

1.9 Dibuja los puntos de abscisa 1 y −1; 3 y −3; 5 y −5. ¿Cómo son estos pares de puntos respecto del origen?

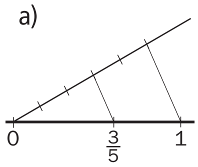


Son puntos simétricos respecto al origen.

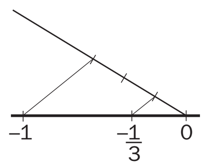
1.10 Utiliza el método de Tales para representar en una recta estos números racionales.

a) $\frac{3}{5}$ **b)** $-\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{12}{5}$ **d)** $\frac{9}{7}$

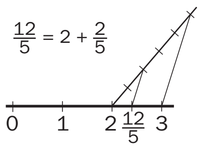
a)



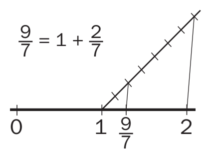
b)



c)

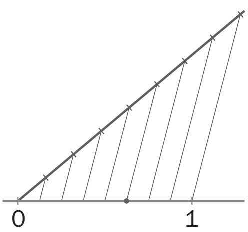


d)

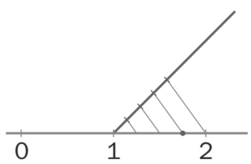


1.11 Calcula los valores de las abscisas de los puntos de cada figura.

a)



b)



a) $\frac{5}{8}$

b) $1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$

1.12 **Escribe cada número fraccionario en forma decimal. Indica qué tipo de decimal es cada uno y, si existen, la parte entera, el anteperíodo y el período.**

a) $\frac{12}{9}$ **b)** $\frac{7}{15}$ **c)** $\frac{17}{6}$ **d)** $\frac{5}{7}$

a) $1,\widehat{3}$. La parte entera es 1, no hay anteperíodo, y el período es 3.

b) $0,4\widehat{6}$. La parte entera es 0, el anteperíodo es 4 y el período es 6.

c) $2,8\widehat{3}$. La parte entera es 2, el anteperíodo es 8 y el período es 3.

d) $0,\widehat{714285}$. La parte entera es 0, no hay anteperíodo y el período es 714285.

1.13 **Sin hacer la división, explica qué tipo de expresión decimal corresponde a cada fracción.**

a) $\frac{126}{12}$ **b)** $\frac{59}{22}$ **c)** $\frac{29}{27}$ **d)** $\frac{177}{45}$

a) $\frac{126}{12} = \frac{21}{2}$ Decimal exacto

b) $22 = 2 \cdot 11$ Periódico mixto

c) $27 = 3^3$ Periódico puro

d) $\frac{177}{45} = \frac{59}{15}$; $15 = 3 \cdot 5$ Periódico mixto

1.14 **Escribe en forma fraccionaria los números.**

a) 3,5 **b)** 0,66… **c)** −3,55… **d)** 2,1515… **e)** 5,255… **f)** 0,7575… **g)** 1,11… **h)** 6,2525…

a) $\frac{35}{10} = \frac{7}{2}$

b) $\frac{6-0}{9} = \frac{2}{3}$

c) $-\frac{35-3}{9} = -\frac{32}{9}$

d) $\frac{215-2}{99} = \frac{213}{99} = \frac{71}{33}$

e) $\frac{525-52}{90} = \frac{473}{90}$

f) $\frac{75-0}{99} = \frac{25}{33}$

g) $\frac{11-1}{9} = \frac{10}{9}$

h) $\frac{625-6}{99} = \frac{619}{99}$

1.15 **Clasifica los siguientes números en racionales o irracionales.**

a) $\frac{3}{5}$ **b)** 0,75 **c)** $\sqrt{7}$ **d)** −4 **e)** 632 **f)** 0,14 144 1114…

a) Racional

b) Racional

c) Irracional

d) Racional

e) Racional

f) Irracional

1.16 **Escribe tres números irracionales que estén dados por raíces y tres que no lo estén.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Tres números irracionales dados por raíces: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$

Tres números irracionales que no vienen dados por una raíz: π, 0,12 112 1112…, 2,01 002 0003 00004…

1.17 **Clasifica estos números en racionales o irracionales, y razona la respuesta.**

a) 123,25 25 25... **b) 91,123 777...** **c) 335,12 122 1222 1...** **d) 0,311 3311 33311...**

a) Racional, tiene período 25.

b) Racional, tiene período 7.

c) Irracional, detrás de cada 1 aparecen, sucesivamente, 1, 2, 3, 4… cifras 2. De este modo no va haber ningún período.

d) Irracional, no hay ningún grupo de cifras que se repita periódicamente.

1.18 **Una de las mejores aproximaciones fraccionarias del número π es $\frac{355}{113}$. Si el valor del número π es 3,141592135…, halla el número de cifras que coincide con la aproximación dada.**

$\frac{355}{113} = 3{,}14159292\ldots$ Coinciden 6 cifras decimales.

1.19 **Sabiendo que $\sqrt{10} = 3{,}162277\ldots$, escribe las 5 primeras aproximaciones por defecto, por exceso y por redondeo.**

Por defecto	3,1	3,16	3,162	3,1622	3,16227
Por exceso	3,2	3,17	3,163	3,1623	3,16228
Por redondeo	3,2	3,16	3,162	3,1623	3,16228

1.20 **Realiza cada operación con una aproximación de dos cifras decimales, por exceso y por defecto.**

a) $\sqrt{11} + \sqrt{3}$ **b) $\sqrt{12} - 3\sqrt{3}$** **c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$**

a)

	$\sqrt{11}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{11} + \sqrt{3}$
Por exceso	3,32	1,74	5,06
Por defecto	3,31	1,73	5,04

b)

	$\sqrt{12}$	$\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	$\sqrt{12} - 3\sqrt{3}$
Por exceso	3,47	1,74	5,22	−1,75
Por defecto	3,46	1,73	5,19	−1,73

c)

	$\sqrt{5}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$
Por exceso	2,24	2,65	5,94
Por defecto	2,23	2,64	5,91

1.21 **Calcula los valores que faltan en la tabla.**

	a	***b***	***a + b***	***a · b***
Por exceso	**3,235**			
Por defecto		**2,471**		

	a	*b*	*a + b*	*a · b*
Por exceso		2,472	5,707	7,997
Por defecto	3,234		5,705	7,991

1.22 **Halla el error absoluto y el error relativo que se produce, cuando se toma para $\frac{11}{7}$ el valor 1,57.**

Error absoluto: $|1{,}57 - 1{,}571428...| = 0{,}001428...$

Error relativo: $\frac{0{,}001428...}{1{,}571428...} = 0{,}0009090...$

1.23 **Una excelente aproximación del número irracional $\sqrt{2}$ es la fracción $\frac{17}{12}$. Comprueba este resultado y señala el error máximo.**

$\frac{17}{12} = 1{,}41666666...$

$\sqrt{2} = 1{,}414213562...$

Error absoluto: $|1{,}414213562... - 1{,}416666...| = 0{,}002453...$

Error relativo: $\frac{0{,}002453...}{1{,}414213562...} = 0{,}0017345...$

1.24 **El número π es un número irracional. Arquímedes solía utilizar como aproximación el número racional $\frac{22}{7}$. Si el radio de una plaza mide 30 metros.**

a) ¿Cuánto mide su circunferencia tomando para π el valor $\frac{22}{7}$?, ¿y si tomamos 3,1416?

b) ¿Es aceptable el error cometido en ambos casos?

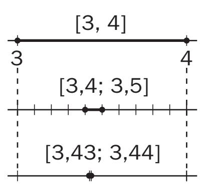
a) $2 \cdot 30 \cdot \frac{22}{7} = \frac{1\,320}{7} = 188{,}5714$ m

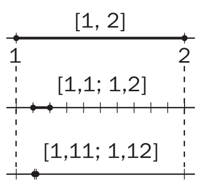
$2 \cdot 30 \cdot 3{,}1416 = 188{,}496$ m

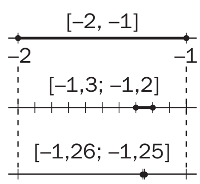
b) Teniendo en cuenta que la circunferencia mide 188,49555 m, el primer error es un poco grande; el segundo es aceptable, ya que por redondeo a tres decimales nos quedaría en eso la aproximación.

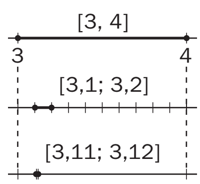
1.25 **Representa estos números irracionales.**

a) 3,43574... **b) 1,1 10 100...** **c) −1,25239...** **d) 3,1 12 123**

a)


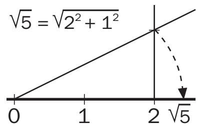
b)


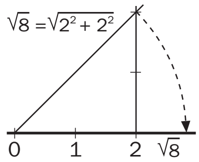
c)


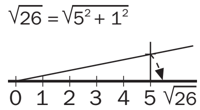
d)


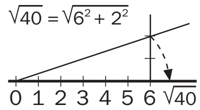
1.26 Representa los siguientes números irracionales.

a) $\sqrt{5}$ **b)** $\sqrt{8}$ **c)** $\sqrt{26}$ **d)** $\sqrt{40}$

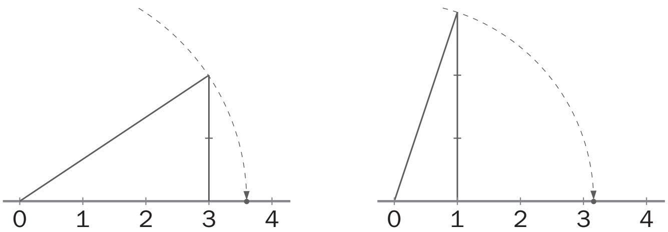
a) 

b) 

c) 

d) 

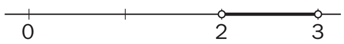
1.27 Escribe los números representados en cada figura.

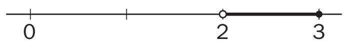


La primera figura representa $\sqrt{13}$, y la segunda, $\sqrt{10}$.

1.28 Dibuja en la recta real cada uno de estos intervalos.

a) (2, 3) **b) [2, 3)** **c) (2, 3]** **d) [2, 3]**

a) 

c) 

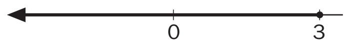
b) 

d) 

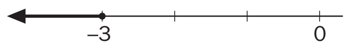
1.29 Dibuja en la recta real estas semirrectas.

a) (1, ∞) **b) [1, ∞)** **c) (−∞, 3]** **d) (−∞, −3]**

a) 

c) 

b) 

d) 

1.30 Indica el intervalo que representa cada dibujo.

a) 

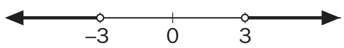
b) 

a) (2, 7]

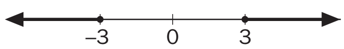
b) (−∞, 0)

1.31 Dibuja en la recta real las semirrectas determinadas por las relaciones $|x| > 3$ y $|x| \geq 3$.

$|x| > 3 \Rightarrow x > 3$ y $x < -3 \Rightarrow (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$



$|x| \geq 3 \Rightarrow x \geq 3$ y $x \leq -3 \Rightarrow (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1.32 **Una clase de tercero con 25 alumnos tiene que elegir delegado y subdelegado. ¿Cuántas elecciones diferentes son posibles?**

Planteamos el problema para casos más sencillos y vemos si se encuentra alguna regularidad.

	2 alumnos	3 alumnos	4 alumnos
Delegado-subdelegado	*AB, BA*	*AB, AC, BA, BC, CA, CB*	*AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD, DA, DB, DC*
Posibilidades	$2 \cdot (2 - 1) = 2$	$3 \cdot (3 - 1) = 6$	$4 \cdot (4 - 1) = 12$

Vemos que se cumple la regla de $n \cdot (n - 1)$ posibilidades, donde n es el número de alumnos. Entonces, en una clase de 25 alumnos las posibilidades son: $25 \cdot 24 = 600$.

1.33 **Los 32 alumnos de una clase juegan un torneo de ajedrez. Di cuántas partidas se celebrarán si:**

a) Se juega en forma de liga.

b) Se juega por eliminatorias.

a) Planteamos el problema para casos más sencillos y vemos si se encuentra alguna regularidad.

	2 alumnos	3 alumnos	4 alumnos
Partidos	*AB, BA*	*AB, AC, BC, BA, CA, CB*	*AB, AC, AD, BC, BD, CD, BA, CA, DA, CB, DB, DC*
Posibilidades	$2 \cdot (2 - 1) = 2$	$3 \cdot (3 - 1) = 6$	$4 \cdot (4 - 1) = 12$

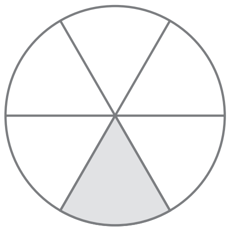
Vemos que se cumple la regla de $n \cdot (n - 1)$ posibilidades, donde n es el número de alumnos. Entonces, en una clase de 32 alumnos las posibilidades son: $32 \cdot 31 = 992$.

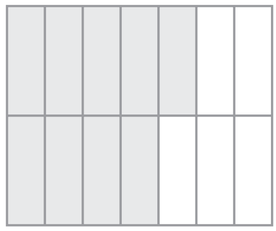
b) Se celebrarán partidas de dieciseisavos de final, de octavos, de cuartos, semifinal y final, en total: $16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$ partidas se celebrarán.

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Números fraccionarios

1.34 Escribe las fracciones que representan las partes coloreadas.

a) 

b) 

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{9}{14}$

1.35 Averigua el valor de *x* en cada caso.

a) $\frac{3}{5}$ **de 225 = *x***

b) $\frac{x}{4}$ **de 320 = 1 360**

c) $\frac{7}{3}$ **de *x* = 938**

d) $\frac{2}{3}$ **de *x* = 300**

a) $\frac{3 \cdot 225}{5} = 135 \cdot x = 135$

b) $\frac{x \cdot 320}{4} = 1\,360 \Rightarrow x = \frac{1\,360 \cdot 4}{320} = 17$

c) $\frac{7x}{3} = 938 \Rightarrow x = \frac{938 \cdot 3}{7} = 402$

d) $\frac{2x}{3} = 300 \Rightarrow x = \frac{300 \cdot 3}{2} = 450$

1.36 Halla el valor de cada letra para que todas las fracciones sean equivalentes.

$$\frac{a}{21} \qquad \frac{104}{b} \qquad \frac{c}{63} \qquad \frac{13}{7} \qquad \frac{143}{70 + d}$$

$\frac{a}{21} = \frac{13}{7} \Leftrightarrow 7a = 273 \Rightarrow a = 39$

$\frac{104}{b} = \frac{13}{7} \Leftrightarrow 13b = 728 \Rightarrow b = 56$

$\frac{c}{63} = \frac{13}{7} \Leftrightarrow 7c = 819 \Rightarrow c = 117$

$\frac{143}{70 + d} \Leftrightarrow \frac{13}{7} = 1\,001 = 910 + 13d \Rightarrow d = 7$

1.37 Realiza estas operaciones.

a) $3 - \frac{1}{4}$

b) $\frac{7}{30} + \frac{2}{3} - \frac{4}{15}$

c) $4 - \frac{7}{6} + \frac{1}{2}$

d) $\frac{5}{6} \cdot (-3)$

e) $\left(\frac{-1}{3}\right) \cdot (-4) \cdot \frac{5}{7}$

f) $(-2) : \frac{-3}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)$

a) $\frac{12 - 1}{4} = \frac{11}{4}$

b) $\frac{7 + 20 - 8}{30} = \frac{19}{30}$

c) $\frac{24 - 7 + 3}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$

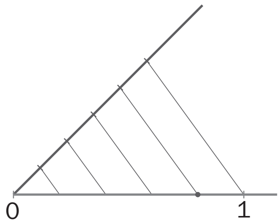
d) $\frac{5 \cdot (-3)}{6} = -\frac{15}{6} = -\frac{5}{2}$

e) $\frac{(-1) \cdot (-4) \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{20}{21}$

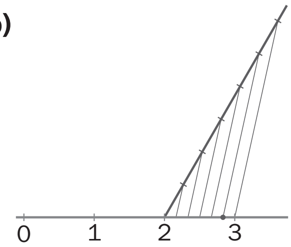
f) $\frac{-3}{(-2) \cdot 4 \cdot 6} = \frac{1}{16}$

1.38 **Indica la abscisa de los puntos indicados.**

a)



b)



a) $\frac{4}{5}$

b) $2 + \frac{5}{6} = \frac{17}{6}$

1.39 **Ordena las fracciones de menor a mayor utilizando en cada caso el método que se indica.**

a) $\mathbf{\frac{1}{9}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}}$ **Observando las fracciones.**

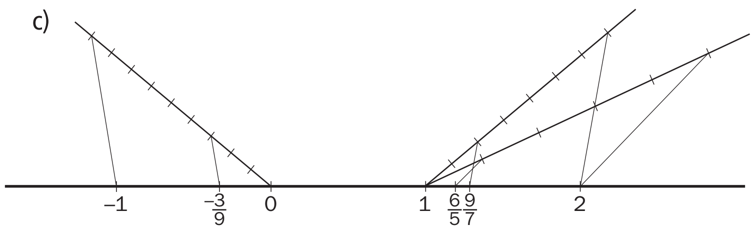
b) $\mathbf{\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}}$ **Reduciendo a común denominador.**

c) $\mathbf{\frac{9}{7}, \frac{-3}{9}, \frac{6}{5}}$ **Representándolas en una recta.**

a) $\frac{1}{9} < \frac{1}{8} < \frac{1}{7}$ Ya que se trata de fracciones con igual numerador, es más grande la que menor denominador tenga.

b) $\frac{105}{140}, \frac{112}{140}, \frac{120}{140} \Rightarrow \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{6}{7}$

c)



$\Rightarrow -\frac{3}{9} < \frac{6}{5} < \frac{9}{7}$

1.40 **Escribe en cada caso la fracción irreducible.**

a) $\mathbf{\frac{30}{150}}$ **b)** $\mathbf{\frac{28}{42}}$ **c)** $\mathbf{\frac{13}{21}}$ **d)** $\mathbf{\frac{18}{3}}$

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{13}{21}$ d) 6

1.41 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $\mathbf{4 : \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} - 1}$

b) $\mathbf{2 \cdot \left(\frac{5}{6} - 1\right) : 2 + \frac{1}{3}}$

c) $\mathbf{\left(2 - \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{5} - \frac{4}{5}}$

d) $\mathbf{\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{5} - \frac{3}{4} : \frac{1}{6}}$

a) $4 : \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} - 1 = \frac{12}{2} \cdot \frac{4}{5} - 1 = \frac{48}{10} - 1 = \frac{38}{10} = \frac{19}{5}$

b) $2 \cdot \left(\frac{5}{6} - 1\right) : 2 + \frac{1}{3} = 2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) : 2 + \frac{1}{3} = -\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

c) $\left(2 - \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = \frac{5}{4} : \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = \frac{25}{12} - \frac{4}{5} = \frac{125}{60} - \frac{48}{60} = \frac{77}{60}$

d) $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{5} - \frac{3}{4} : \frac{1}{6} = \frac{4}{15} - \frac{18}{4} = \frac{16}{60} - \frac{270}{60} = -\frac{254}{60} = -\frac{127}{30}$

1.42 **Efectúa esta operación.**

$$\left[3 - \frac{4}{5} : \left(1 - \frac{3}{4}\right) + 2\right] \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{5} : 3 - \frac{1}{4}$$

$$\left[3 - \frac{4}{5} : \left(1 - \frac{3}{4}\right) + 2\right] \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{5} : 3 - \frac{1}{4} = \left(3 - \frac{4}{5} : \frac{1}{4} + 2\right) \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{15} - \frac{1}{4} = \left(3 - \frac{16}{5} + 2\right) \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{15} - \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{9}{5} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{15} - \frac{1}{4} = \frac{9}{15} - \frac{2}{15} - \frac{1}{4} = \frac{13}{60}$$

1.43 **En mi cumpleaños, he partido la tarta en 6 trozos iguales, pero un amigo me dice que le dé $\frac{14}{42}$ de la tarta. ¿Cuántas porciones de la tarta le tengo que dar? ¿Por qué?**

Le tengo que dar dos trozos, ya que: $\frac{14}{42} = \frac{2}{6}$

Números decimales

1.44 **Encuentra una fracción que esté situada entre $\frac{4}{7}$ y $\frac{3}{5}$.**

$\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{20}{35}$

$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{21}{35}$

$\frac{20}{35} < \frac{20{,}5}{35} < \frac{21}{35}$

$\frac{20{,}5}{35} = \frac{205}{350} = \frac{41}{70}$

1.45 **Indica, sin realizar la división, qué tipo de expresión decimal tiene cada fracción.**

a) $\frac{1}{125}$

b) $\frac{43}{21}$

c) $\frac{11}{35}$

d) $\frac{2}{7}$

a) $125 = 5^3$. Es decimal exacto.

b) $21 = 7 \cdot 3$. Es periódico puro.

c) $35 = 7 \cdot 5$. Es periódico mixto.

d) Es periódico puro.

1.46 **Escribe en forma fraccionaria los siguientes números decimales.**

a) 45,777…

b) 1,2323…

c) 3,4222…

d) 0,53636…

a) $\frac{457 - 45}{9} = \frac{412}{9}$

b) $\frac{123 - 1}{99} = \frac{122}{99}$

c) $\frac{342 - 34}{90} = \frac{308}{90} = \frac{154}{45}$

d) $\frac{536 - 5}{990} = \frac{531}{990} = \frac{59}{110}$

1.47 **Realiza las siguientes operaciones, expresando los decimales previamente en forma de fracción.**

a) $0{,}4\overset{\frown}{6} - \frac{2}{5} + 3{,}4$

b) $\frac{1}{3} \cdot 2{,}\overset{\frown}{4} - \frac{3}{5}$

a) $\frac{46 - 4}{90} - \frac{2}{5} + \frac{34}{10} = \frac{42}{90} - \frac{4}{10} + \frac{34}{10} = \frac{14}{30} + \frac{30}{10} = \frac{14 + 90}{30} = \frac{104}{30} = \frac{52}{15}$

b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{24 - 2}{9} - \frac{3}{5} = \frac{22}{27} - \frac{3}{5} = \frac{110 - 81}{135} = \frac{29}{135}$

1.48 **Representa estas fracciones utilizando el teorema de Tales.**

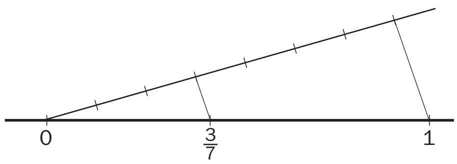
a) $\frac{3}{7}$

b) $-\frac{3}{10}$

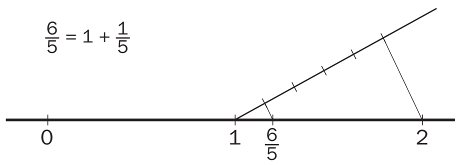
c) $\frac{6}{5}$

d) $\frac{16}{3}$

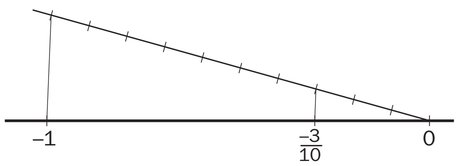
a)



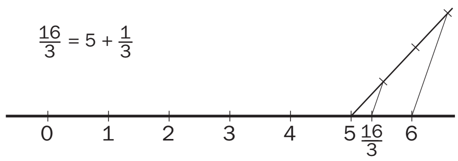
c)



b)



d)



Números reales

1.49 **Clasifica estos números en racionales o irracionales. Justifica la respuesta.**

a) $\sqrt{7}$

b) 4,252552555...

c) $\sqrt{121}$

d) 4,5252...

a) Irracional. No podemos expresar su parte decimal de modo exacto o periódico.

b) Irracional. En la parte decimal, después de cada 25 se le añaden sucesivamente 0, 1, 2… cifras de 5. De este modo, nunca lo podremos expresar de forma periódica o exacta.

c) Racional. $\sqrt{121} = 11$. Número entero

d) Racional, de período 52

1.50 **Realiza estas aproximaciones del número 463,2673.**

a) Aproxima por defecto a la centésima.

b) Aproxima por exceso a la milésima.

c) Redondea a la parte entera.

d) Redondea a la décima.

a) Aproximación por defecto a la centésima: 463,26

b) Aproximación por exceso a la milésima: 463,268

c) Redondea a la parte entera: 463

d) Redondea a la décima: 463,3

1.51 **Calcula el error absoluto y el error relativo que se comete al elegir 5,67 como aproximación de** $\frac{17}{3}$**.**

a) Error absoluto: $E_{abs} = \left| \frac{17}{3} - 5{,}67 \right| = 0{,}00333...$

b) Error relativo: $E_{relat} = \frac{E_{abs}}{\frac{17}{3}} = 0{,}00058823...$

1.52 **Efectúa estas operaciones con una aproximación de tres cifras decimales, por exceso y por defecto.**

a) $\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$ **b)** $\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}$

a)

	$\sqrt{7}$	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$
Por exceso	2,646	1,733	3,466	6,112
Por defecto	2,645	1,732	3,464	6,109

b)

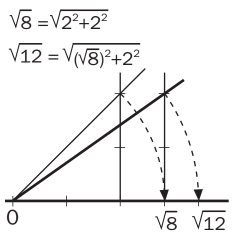
	$\sqrt{5}$	$\sqrt{12}$	$\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}$
Por exceso	2,237	3,465	7,752
Por defecto	2,236	3,464	7,745

1.53 **Representa cada uno de estos números irracionales en una recta.**

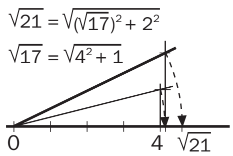
a) $\sqrt{12}$ **c)** $\sqrt{21}$

b) 5,42422… **d) 3,01001…**

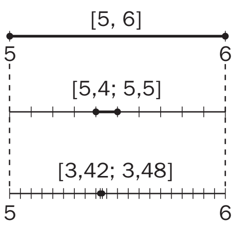
a)



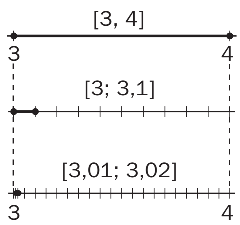
c)



b)



d)



1.54 **Halla el valor de *x* e *y* para que se cumpla la relación.**

$$\sqrt{13} < \frac{x}{y} < \sqrt{14}$$

$\sqrt{13} < \dfrac{x}{y} < \sqrt{14}$. Respuesta abierta. Por ejemplo:

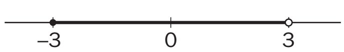
$\sqrt{13} \cong 3{,}6;\ \sqrt{14} \cong 3{,}7 \Rightarrow \dfrac{x}{y} = 3{,}65 = \dfrac{365}{100} = \dfrac{73}{20}$ (Fracción irreducible)

1.55 **Dibuja en una recta estos intervalos y semirrectas.**

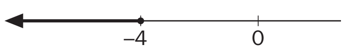
a) $[-3, 3)$ **c)** $(-\infty, -4]$

b) $[-3, +\infty)$ **d)** $(2, 4)$

a)

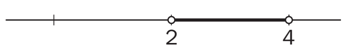


c)



b)

d)



1.56 **Indica el intervalo que representa cada dibujo.**

a) 

c) 

b) 

d) 

a) $[-2, -1]$

c) $(6, +\infty)$

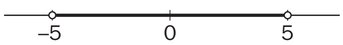
b) $(-3, 2]$

d) $(-\infty, 1]$

1.57 **Representa la relación $|x| < 5$ en una recta y escribe el intervalo que la determina.**

$|x| < 5 \Rightarrow -5 < x < 5$

El intervalo que determina es $(-5, 5)$.



CUESTIONES PARA ACLARARSE

1.58 **¿Qué fracción le falta a $\frac{7}{12}$ para completar la unidad?**

$1 - \frac{7}{12} = \frac{12 - 7}{12} = \frac{5}{12}$

1.59 **Indica si son correctas estas desigualdades.**

a) $\frac{7}{6} < \frac{8}{5} < \frac{10}{7}$ **b)** $\frac{-5}{6} > \frac{-11}{13} > \frac{-15}{18}$

a) Expresamos las fracciones con común denominador: $\frac{7}{6} = \frac{245}{210}$; $\frac{8}{5} = \frac{336}{210}$; $\frac{300}{210} = \frac{10}{7}$; $\frac{7}{6} < \frac{10}{7} < \frac{8}{5}$ Falsa

b) Expresamos las fracciones con común denominador: $\frac{5}{6} = \frac{195}{234}$; $\frac{11}{13} = \frac{198}{234}$; $\frac{195}{234} = \frac{15}{18}$; $\frac{11}{13} < \frac{5}{6}$ Falsa

1.60 **Responde a las siguientes cuestiones.**

a) ¿Qué fracción del alfabeto representan las vocales?

b) ¿Qué fracción de la decena representa la centena?

c) ¿Qué fracción de la semana representa el lunes?

d) ¿Qué fracción del día representa 1 minuto?

e) ¿Qué fracción de un siglo representa 1 mes?

f) ¿Qué fracción del kilómetro representa 1 centímetro?

a) $\left.\begin{array}{l}\text{Alfabeto} = 28 \text{ letras}\\ \text{Vocales} = 5 \text{ letras}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{5}{28}$

b) 1 centena = 10 decenas $\Rightarrow \frac{1}{10}$

c) 1 semana = 7 días $\Rightarrow \frac{1}{7}$

d) 1 día = 1 440 minutos $\Rightarrow \frac{1}{1\,440}$

e) 1 siglo = 100 años = 1 200 meses $\Rightarrow \frac{1}{1\,200}$

f) 1 km = 100 000 cm $\Rightarrow \frac{1}{100\,000}$

1.61 **Indica qué relación tiene el triángulo de catetos 4 y 5, con la representación del número $\sqrt{41}$.**

$\sqrt{41}$ es la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos catetos son 4 y 5, verificando dicho triángulo el teorema de Pitágoras: $\sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$

1.62 **¿Qué paréntesis son necesarios y de cuáles podríamos prescindir en estas operaciones?**

a) $\left(\frac{3}{4} : \frac{5}{2}\right) + \frac{3}{7}$

b) $-3 \cdot \left(\frac{1}{5} + 3\right) - 1$

c) $\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{4}\right) + \frac{4}{5} + 1$

d) $\left(\frac{4}{5} : \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{4}\right)$

a) Sobra el paréntesis, pues la división ya tiene prioridad sobre la suma.

b) Sí es necesario, ya que: $-3 \cdot \left(\frac{1}{5} + 3\right) \neq -3 \cdot \frac{1}{5} + 3$

c) Sobra el paréntesis, ya que solo hay sumas y restas, que no tienen prioridad una sobre la otra.

d) No es necesario, por las razones expuestas en a y c.

1.63 **Explica si son ciertas o falsas estas afirmaciones.**

a) Todo número entero es racional.

b) Todo número real es racional.

c) Muchos números racionales son naturales.

d) Un número racional tiene una sola expresión fraccionaria.

e) Los números irracionales forman el conjunto de todos los números con infinitas cifras decimales.

a) Verdadero, ya que todo número entero z se puede escribir como $\frac{z}{1}$.

b) Falso, porque los números reales están compuestos por la unión de los racionales y los irracionales. Por ejemplo, $\sqrt{2}$ no es racional y sí es real.

c) Verdadero. Todos los racionales con numerador que sea un número natural y denominador igual a uno.

d) Falso. Por ejemplo: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = ...$

e) Falso. Además de tener infinitas cifras decimales, estas han de ser no periódicas.

1.64 **¿Se pueden encontrar dos números enteros cuyo cociente sea 7,41411411…? Justifica la respuesta.**

No, ya que si se pudiese expresar dicho número como cociente de dos números enteros, sería un número racional, y 7,4141141114… es un número irracional.

P R O B L E M A S   P A R A   A P L I C A R

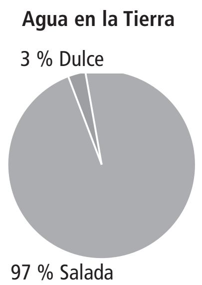
1.65 Los resultados finales de junio de una clase de 3.º de ESO son los siguientes:

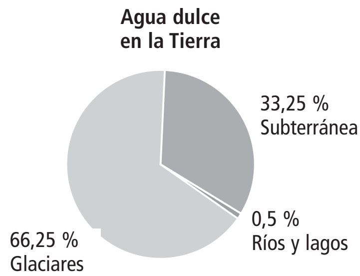
$\frac{1}{3}$	**Aprueban todo**
$\frac{1}{6}$	**Suspenden 1**
$\frac{1}{15}$	**Suspenden 2**
$\frac{1}{5}$	**Suspenden 3**
$\frac{1}{10}$	**Suspenden 4**
$\frac{2}{15}$	**Suspenden más de 4**

Si el grupo es de 30 alumnos, ¿cuántos alumnos hay en cada nivel de suspensos?

- Aprueban todo: $\frac{1}{3}$ de $30 = \frac{30}{3} = 10$ alumnos.
- Suspenden 1: $\frac{1}{6}$ de $30 = \frac{30}{6} = 5$ alumnos.
- Suspenden 2: $\frac{1}{15}$ de $30 = \frac{30}{15} = 2$ alumnos.
- Suspenden 3: $\frac{1}{5}$ de $30 = \frac{30}{3} = 6$ alumnos.
- Suspenden 4: $\frac{1}{10}$ de $30 = \frac{30}{10} = 3$ alumnos.
- Suspenden más de 4: $\frac{2}{15}$ de $30 = \frac{60}{15} = 4$ alumnos.

1.66 El agua es un elemento escaso en nuestro planeta, sobre todo que utilizamos en las necesidades diarias.





De cada 100 litros de agua, ¿qué parte se encuentra en los ríos y lagos?

Si tenemos 100 litros de agua, solo 3 de ellos son de agua dulce, y a esos 3 litros tenemos que aplicarles un 0,5 %. De modo que:

$$100 \cdot \frac{3}{100} \cdot \frac{0{,}5}{100} = \frac{3}{200} = 0{,}015 \text{ L}$$

De 100 litros de agua, solo 0,015 litros son potables.

1.67 **De todas mis vacaciones de verano, $\frac{2}{3}$ las paso en mi pueblo. Una vez allí, $\frac{1}{5}$ del tiempo estoy en la piscina.**

a) ¿Qué fracción de mis vacaciones estoy en la piscina?

b) Si tengo 90 días de vacaciones, ¿cuántos días paso en la piscina?

a) La fracción de tiempo que paso en la piscina es: $\frac{1}{5}$ de $\frac{2}{3} = \frac{2}{15}$

b) El número de días que estoy en la piscina es: $\frac{2}{15}$ de $90 = \frac{180}{15} = 12$ días

1.68 **El equipo de baloncesto del instituto juega la final del campeonato. Luis hizo $\frac{1}{8}$ de los puntos, Sonia los $\frac{2}{8}$ y Laura los $\frac{3}{8}$. Los restantes jugadores hicieron 16 puntos. Calcula el número de puntos conseguidos por Luis, Sonia y Laura.**

$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{6}{8} \Rightarrow$ los restantes jugadores obtuvieron $\frac{2}{8}$ de los puntos del equipo, que son 16 puntos $\Rightarrow (16 : 2) \cdot 8 = 64$ puntos obtuvo todo el equipo.

Luis consiguió $\frac{1}{8}$ de $64 = 8$ puntos, Sonia $\frac{2}{8}$ de $64 = 16$ puntos y Laura $\frac{3}{8}$ de $64 = 24$ puntos.

1.69 **Juan trabaja el fin de semana como canguro, y de los 90 euros que le pagan decide dar $\frac{1}{5}$ a su padre y $\frac{3}{10}$ a su madre.**
¿Qué fracción del total puede invertir en un regalo para su hermano menor, si necesita quedarse con 12 euros para comprar un compás?

$\frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{1}{2}$ da a sus padres.

$\frac{1}{2}$ de 90 € = 45 € $\Rightarrow$ 90 − 45 = 45 € le restan.

Ahora le restamos el dinero para el compás: 45 − 12 = 33 € le quedan para el regalo.

Como inicialmente tenía 90 €, la fracción respecto al dinero inicial es $\frac{33}{90} = \frac{11}{30}$.

1.70 **En un concurso organizado por el ayuntamiento sobre hábitos saludables y de higiene, nuestra clase recibe el primer premio. Decidimos invertir el premio en material para el uso del aula, de la siguiente forma:**

$\frac{1}{4}$ del premio en un escáner.

$\frac{3}{5}$ del premio en una minicadena.

$\frac{1}{3}$ del premio en un DVD.

Como nos excedimos en la compra, el centro nos hizo un bono regalo valorado en los 154 euros que nos faltaban. ¿A cuánto ascendió el premio?

$\frac{1}{4} + \frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{71}{60}$ se gastó en el escáner, en la minicadena y en el DVD. Ya que nos excedimos en $\frac{11}{60}$ del premio, que son 154 €, obtenemos que: $(154 : 11) \cdot 60 = 840$ € es el valor total del premio.

1.71 **El resultado del cálculo del área de un círculo de 3 centímetros de radio es 28,274337 centímetros cuadrados.**

a) ¿Qué aproximación de π se ha tomado?

b) ¿Es por exceso o por defecto?

c) ¿Cuál es el error absoluto y relativo cometido?

a) $A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow \pi \cong \frac{A_{\text{círculo}}}{r^2} \cong \frac{28{,}274337}{9} \cong 3{,}141593$

b) La aproximación tomada es por exceso, ya que $\pi \cong 3{,}14159265...$

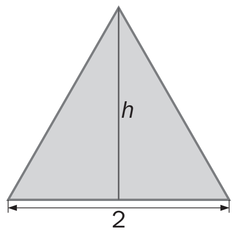
c) Error absoluto: $|3{,}141593 - 3{,}141592...| = 0{,}000001...$

Error relativo: $\frac{0{,}000001}{3{,}14159265...} = 0{,}000000318...$

1.72 **En el triángulo equilátero de la figura.**

a) Determina la altura redondeando a la milésima.

b) Expresa la altura mediante un número racional de dos decimales.



a) Aplicando el teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} \cong 5{,}196$ cm

b) $h = 5{,}19 = \frac{519}{100}$ cm

1.73 **Los griegos consideraban que las dimensiones perfectas de un rectángulo cumplen la igualdad:**

$$\frac{a}{b} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

y a este número le denominaban *número áureo* o *número de oro*.

Utiliza una aproximación a la centésima del número de oro, para calcular las dimensiones del rectángulo áureo de 24 centímetros cuadrados de área.

$\frac{a}{b} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cong 1{,}62 \Rightarrow a = 1{,}62b$. Por otro lado:

Área $= a \cdot b = 1{,}62b \cdot b = 24 \Rightarrow 1{,}62b^2 = 24 \Rightarrow b = \sqrt{\frac{24}{1{,}62}} \cong 3{,}85$ cm. Sustituimos en la anterior expresión para obtener: $a = 1{,}62b \cong 1{,}62 \cdot 3{,}85 \cong 6{,}24$ cm.

REFUERZO

Números racionales

1.74 **Realiza estos cálculos teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones.**

a) $\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + 2$

b) $\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} + 2\right)$

c) $\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{1}{3} + 2$

d) $\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + 2\right)$

a) $\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + 2 = \frac{15}{60} - \frac{8}{60} + \frac{120}{60} = \frac{127}{60}$

b) $\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} + 2\right) = \frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{1}{4} - \frac{14}{15} = -\frac{41}{60}$

c) $\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{1}{3} + 2 = \frac{-3}{20} \cdot \frac{1}{3} + 2 = \frac{-1}{20} + 2 = \frac{39}{20}$

d) $\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + 2\right) = \frac{-3}{20} \cdot \frac{7}{3} = -\frac{7}{20}$

1.75 **Halla los valores que faltan en la tabla.**

Expresión decimal	**0,52**		**5,2312**	
Expresión fraccionaria		$\frac{43}{7}$		$\frac{11}{45}$

Expresión decimal		$0,\widehat{571428}$		$0,2\widehat{4}$
Expresión fraccionaria	$\frac{13}{25}$		$\frac{6\,539}{1\,250}$	

Números irracionales

1.76 **Aproxima con dos cifras decimales el valor de $\sqrt{17}$, por exceso y por defecto.**

	$\sqrt{17}$
Por exceso	4,13
Por defecto	4,12

1.77 **Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales.**

a) $\sqrt{\frac{9}{16}}$

b) 2π

c) 3,454554555…

d) $-3\sqrt{49}$

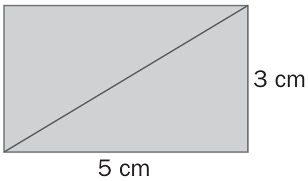
a) Racional, el resultado de la operación es $\frac{3}{4}$.

b) Irracional, π es un número irracional, su expresión decimal ni es exacta ni se puede expresar de forma periódica; al multiplicarlo por 2 ocurrirá lo mismo.

c) Irracional. En la parte decimal, después de cada 4 se le añaden sucesivamente 1, 2, 3… cincos. De este modo, nunca lo podremos expresar de forma periódica o exacta.

d) Racional, el resultado de la operación es -21.

1.78 El resultado del cálculo de la diagonal del rectángulo de la figura es 5,831.



Determina el error absoluto y el error relativo.

El valor de la diagonal es $\sqrt{34}$.

Error absoluto: $|5{,}831 - 5{,}83095189\ldots| = 0{,}0000481\ldots$

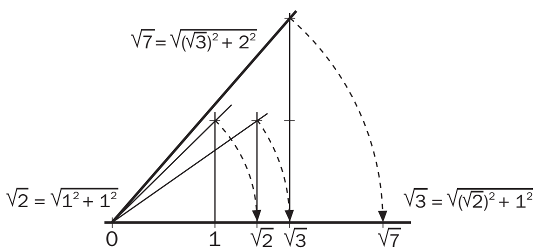
Error relativo: $\dfrac{0{,}0000481\ldots}{5{,}83095189\ldots} = 0{,}00000825$

1.79 Calcula $\sqrt{7} - \sqrt{10}$, con un aproximación de dos decimales, por exceso y por defecto.

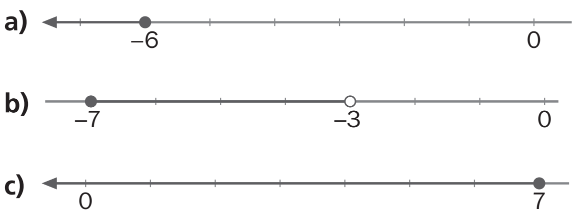
	$\sqrt{7}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{7} - \sqrt{10}$
Por exceso	2,65	3,17	$-0{,}52$
Por defecto	2,64	3,16	$-0{,}52$

Números reales

1.80 Representa en la recta real el número $\sqrt{7}$.



1.81 Indica los intervalos que representan los siguientes dibujos.



a) $(-\infty, -6]$

b) $[-7, -3)$

c) $(-\infty, 7]$

AMPLIACIÓN

1.82 **A una fiesta de números racionales, asistieron los siguientes.**

$$\frac{49}{90} \quad \frac{6}{11} \quad \frac{11}{20} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{541}{990}$$

Se quisieron colocar por orden de mayor a menor. A uno se le ocurrió que para ello podrían vestirse de números decimales, pero alguno de ellos no había traído el traje.

a) ¿Cuál fue el orden de colocación?

b) Entraron a la fiesta 4 "colegas" y cada uno de ellos se situó entre dos de los otros. Se vistieron para ello de decimales, uno de *exacto*, otro de *periódico puro* y el último, que se coló, de *irracional*. ¿Qué posibles "colegas" encajarían con esas condiciones?

a) m.c.m. $(90, 11, 20, 9, 990) = 1\,980 \Rightarrow \frac{49}{90} = \frac{1\,078}{1\,980}; \frac{6}{11} = \frac{1\,080}{1\,980}; \frac{5}{9} = \frac{1\,100}{1\,980}; \frac{541}{990} = \frac{1\,082}{1\,980} \Rightarrow \frac{49}{90} < \frac{6}{11} < \frac{541}{990} < \frac{11}{20} < \frac{5}{9}$

b) $0{,}545 = \frac{545}{100} = \frac{109}{20} \rightarrow$ Decimal exacto

$0{,}545545... = \frac{545}{999} \rightarrow$ Periódico puro

$0{,}54777... = \frac{493}{900} \rightarrow$ Periódico mixto

$0{,}551551155111... \rightarrow$ Irracional

1.83 **Observa la siguiente operación.**

$$\frac{3}{2} - 2 : \frac{1}{5} - \frac{3}{4} = \frac{10}{11}$$

a) ¿Qué prioridad no se ha tenido en cuenta en la operación?

b) Introduce los paréntesis que se necesitan para que la solución sea correcta.

a) La de la división, se han hecho primero las dos restas.

b) $\left(\frac{3}{2} - 2\right) : \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{4}\right) = \frac{10}{11}$

1.84 **Se han realizado tres cálculos distintos del volumen de un cilindro de 2 centímetros de radio y 3 centímetros de altura. En cada uno de ellos se ha utilizado una aproximación distinta de π.**

$V_1 = 37{,}6992$ **cm³**

$V_2 = 37{,}69908$ **cm³**

$V_3 = 37{,}698$ **cm³**

¿En cuál de ellos se ha utilizado la mejor aproximación de π?

$V_1 = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi = 37{,}6992 \Rightarrow \pi \cong 3{,}1416$

$V_2 = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi = 37{,}69908 \Rightarrow \pi \cong 3{,}14159$

$V_3 = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi = 37{,}698 \Rightarrow \pi \cong 3{,}1415$

La mejor aproximación se ha utilizado en V_2, y ha sido $\pi \cong 3{,}14159$.

1.85 **La longitud de una circunferencia se expresa mediante un número irracional. Indica el valor que debe tener el radio de una circunferencia para que la longitud de esta circunferencia sea un número racional. Justifica tu respuesta.**

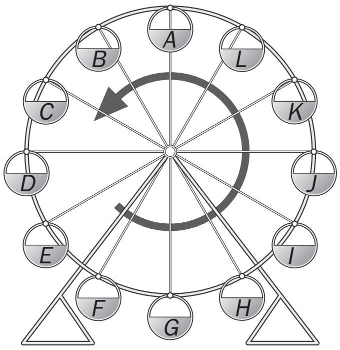
La longitud de una circunferencia es: $L = 2 \cdot \pi \cdot r$; como π es un número irracional, la longitud de una circunferencia también es un número irracional.

Pero si $r = \frac{k}{\pi} \Rightarrow L = 2\pi\frac{k}{\pi} = 2k \in \mathbb{Q}$, con $k \in \mathbb{N}$

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

1.86 **La noria**

La noria de la figura contiene 12 coches para viajeros nombrados de la *A* a la *L*.



La noria tarda exactamente 63 segundos en dar una vuelta completa.

a) Indica cuánto tiempo pasa desde que la noria comienza a girar hasta que el coche *A* pasa por tercera vez por la posición inicial de *D*.

b) Indica la posición de los coches cuando han pasado exactamente 21 minutos y 42 segundos.

a) Cuando el coche *A* pasa por tercera vez por la posición inicial de *D*, la noria ha dado dos vueltas y cuarto y, por tanto, han pasado $2{,}25 \cdot 63 = 141{,}75$ segundos.

b) Un coche tarda en pasar de una posición a la consecutiva: $\frac{63}{12} = 5{,}25$ segundos

21 minutos 42 segundos = 1 302 segundos

$\frac{1\,302}{5{,}25} = 248$ posiciones $248 = 20 \cdot 12 + 8$

Por tanto, la noria habrá dado 20 vueltas más ocho posiciones.

1.87 **Transporte de pescado.**

Se precisa transportar 3 000 kilogramos de pescado desde tres puertos marítimos *P*1, *P*2 y *P*3 hasta tres ciudades del interior *C*1, *C*2 y *C*3.

Las cantidades disponibles en los puertos y las demandadas por las ciudades son las siguientes:

*P*1	*P*2	*P*3
2 250	**500**	**250**

*C*1	*C*2	*C*3
750	**750**	**1 500**

Completa la tabla siguiente en la que se indican las cantidades que van de cada puerto a cada ciudad. Habrá más de una solución, pero el número de trayectos debe ser el mínimo posible. Razona por qué es el número mínimo de trayectos.

El número de trayectos deberá ser superior o igual a tres ya que desde cada puerto debe salir al menos uno.

Sin embrago, no puede ser tres ya que los 2 250 kg del puerto uno no pueden ir a un única ciudad de destino.

Una posible solución de cuatro trayectos sería la que aparece en la tabla.

	*P*1	*P*2	*P*3
C1		500	250
C2	750		
C3	1 500		

AUTOEVALUACIÓN

1.A1 **De una tarta dividida en 30 porciones iguales, Iker, Mohamed y Luis se comen $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{10}$ de la tarta, respectivamente.**

a) ¿Cuántos trozos se toma cada uno de ellos?

b) ¿Cuántos sobran?

a) $\frac{1}{5}$ de 30 es 6, $\frac{1}{3}$ de 30 es 10 y $\frac{3}{10}$ de 30 es 9.

Iker se toma 6 trozos; Mohamed 10, y Luis, 9.

b) $30 - (6 + 10 + 9) = 5$. Sobran 5 trozos.

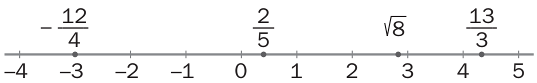
1.A2 **Halla el valor de las letras que aparecen en esta cadena de igualdades de fracciones.**

$$\frac{a}{10} = \frac{21}{b} = \frac{42}{30} = \frac{210}{c} = \frac{d}{240}$$

$$\frac{14}{10} = \frac{21}{15} = \frac{42}{30} = \frac{210}{150} = \frac{336}{240}$$

1.A3 **Representa en la recta real los siguientes números.**

a) $-\frac{12}{4}$ **b)** $\frac{13}{3}$ **c)** $\frac{2}{5}$ **d)** $\sqrt{8}$



1.A4 **Averigua la expresión fraccionaria de estos números decimales.**

a) 8,3 **b) 2,353535** **c) 0,14444…**

a) $\frac{83}{10}$

b) $\frac{235 - 2}{99} = \frac{233}{99}$

c) $\frac{14 - 1}{90} = \frac{13}{90}$

1.A5 **Realiza y simplifica estas operaciones.**

a) $\frac{1}{6} + \frac{3}{5} - \frac{7}{3}$

b) $\frac{4}{3} - \frac{1}{5} + \frac{4}{15}$

c) $\frac{3}{5} \cdot \frac{15}{7} \cdot \frac{14}{6}$

d) $\frac{2}{3} : \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{8}$

a) $\frac{5 + 18 - 70}{30} = -\frac{47}{30}$

b) $\frac{20 - 3 + 4}{15} = \frac{21}{15} = \frac{7}{5}$

c) $\frac{630}{210} = 3$

d) $\frac{2 \cdot 7 \cdot 14}{3 \cdot 4 \cdot 8} = \frac{196}{96} = \frac{49}{24}$

1.A6 **Efectúa la operación $\pi - \sqrt{7}$, con una aproximación de una cifra decimal, por exceso y por defecto.**

	π	$\sqrt{7}$	$\pi - \sqrt{7}$
Por exceso	3,2	2,7	0,5
Por defecto	3,1	2,6	0,5

1.A7 **Calcula el error absoluto y el error relativo que se comete al tomar 0,216 como aproximación de $\frac{107}{495}$.**

Error absoluto: $|0{,}2161616161616\ldots - 0{,}216| = 0{,}00016\ldots$

Error relativo: $\frac{0{,}00016161616\ldots}{0{,}21616161616\ldots} = 0{,}00074$

1.A8 **Realiza esta operación.**

$$1 + \frac{1}{5} : \frac{4}{3} - 3 \cdot \left(2 - \frac{1}{4}\right)$$

$$1 + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} - 3 \cdot \frac{8 - 1}{4} = 1 + \frac{3}{20} - \frac{21}{4} = \frac{20 + 3 - 105}{20} = -\frac{82}{20} = -\frac{41}{10}$$

1.A9 **Indica los intervalos que representan los siguientes dibujos.**

a)

b)

a) $(-\infty, 4]$

b) $[-2, 3)$